Prezenta lucrare conține ______ pagini

Numele:…………………………………………...
…………………………………………………………
Inițiala prenumelui tatălui: ……………………...
Prenumele:……………………………………...
…………………………………………………………
Școala de proveniență: ………………………...
…………………………………………………………
Centrul de examen: …………………………...
Localitatea: ……………………………………...
Județul: ……………………………………...

Nume şi prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2021 – 2022

Matematică

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Restul împărțirii numărului 24 la 10 este egal cu: **a)** 1 **b)** 2 **c)** 4 **d)** 6
5p	**2.** Numărul care reprezintă 15% din 200 este egal cu: **a)** 15 **b)** 30 **c)** 150 **d)** 200
5p	**3.** Suma numerelor -5, -4, 4 și 6 este egală cu: **a)** 0 **b)** 1 **c)** 11 **d)** 19
5p	**4.** Dintre numerele $\frac{9}{2}$; $4,(5)$; $\frac{81}{20}$ și $4,55$, cel mai mare este: **a)** $4,55$ **b)** $\frac{81}{20}$ **c)** $4,(5)$ **d)** $\frac{9}{2}$

5p **5.** Patru elevi, Andreea, Mihaela, Radu și Vlad, calculează media geometrică a numerelor reale $a=3+2\sqrt{2}$ și $b=3-2\sqrt{2}$ și obțin rezultatele înregistrate în tabelul următor:

Andreea	1
Mihaela	$\sqrt{6}$
Radu	3
Vlad	$\sqrt{17}$

Conform informațiilor din tabel, dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media geometrică este:

a) Andreea
b) Mihaela
c) Radu
d) Vlad

5p **6.** Un spectacol a început la ora $21:45$ și s-a finalizat la ora $23:15$, în aceeași zi. Marian afirmă că: „Spectacolul are o durată de o oră și jumătate.”. Știind că spectacolul nu a avut pauză, afirmația lui Marian este:

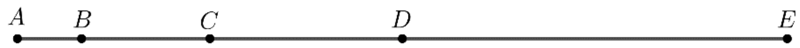
a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

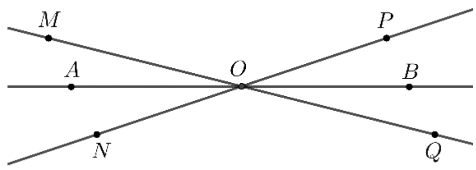
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** În figura alăturată, punctele A, B, C, D și E sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $AB=1$ cm, $BC=2$ cm, $CD=3$ cm și $DE=6$ cm. Mijlocul segmentului AE este punctul:

a) B
b) C
c) D
d) E



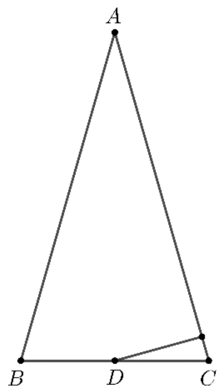
5p **2.** În figura alăturată, unghiurile MON și POQ sunt opuse la vârf, iar semidreptele OA și OB sunt bisectoarele lor. Măsura unghiului AOB este egală cu:



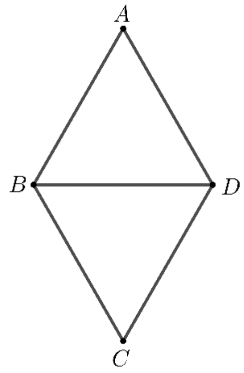
a) $60°$
b) $90°$
c) $120°$
d) $180°$

5p **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC de bază BC. Unghiul A are măsura de $30°$ și $AB=4$ cm. Punctul D este mijlocul segmentului BC. Distanța de la punctul D la dreapta AC este egală cu:

a) 0,5 cm
b) 1 cm
c) 1,5 cm
d) 2 cm

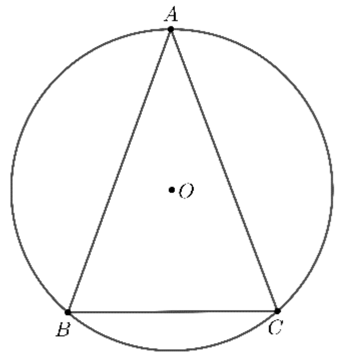


5p **4.** În figura alăturată este reprezentat rombul $ABCD$ cu măsura unghiului BAD de $60°$ și lungimea segmentului BD egală cu 4 cm. Perimetrul rombului $ABCD$ este egal cu:



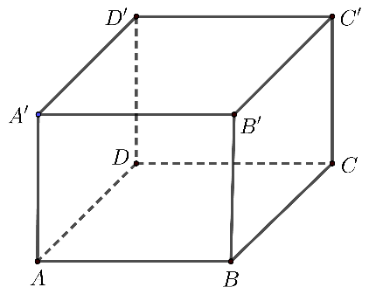
a) $4\sqrt{3}$ cm
b) 12 cm
c) $8\sqrt{3}$ cm
d) 16 cm

5p **5.** Punctele A, B și C sunt vârfurile unui triunghi isoscel de bază BC, înscris în cercul de centru O, iar măsura unghiului ABC este egală cu $70°$. Arcul mic BC are măsura egală cu:



a) $140°$
b) $80°$
c) $70°$
d) $40°$

5p **6.** Volumul paralelipipedului dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$, cu $AB = 5$ dm, $BC = 6$ dm și înălțimea $AA' = 4$ dm, este egal cu:



a) 30 dm^3
b) 88 dm^3
c) 120 dm^3
d) 148 dm^3

SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Radu are o pungă cu bomboane. Dacă împarte bomboanele din pungă în grupe de câte 7, 14, respectiv 21 de bomboane, îi rămân de fiecare dată câte 5 bomboane.

(2p) a) Este posibil ca Radu să aibă în pungă 61 de bomboane? Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Determină numărul bomboanelor din pungă, știind că este cel mai mic număr natural de trei cifre care îndeplinește condițiile din enunț.

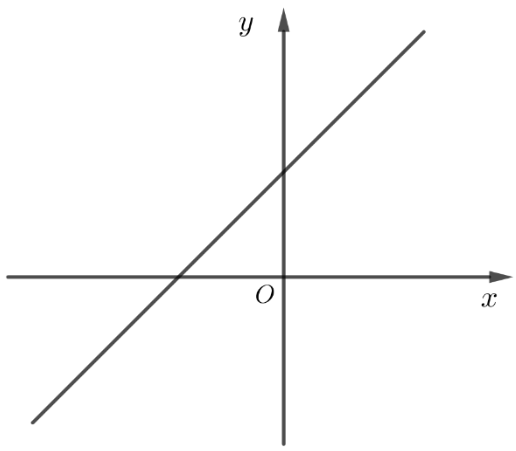
5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=(x+1)^2-(-x-1)^2+x^2+2x+1$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x)=(x+1)^2$, pentru orice număr real x.

(3p) b) Arată că $E(x)>x$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$.

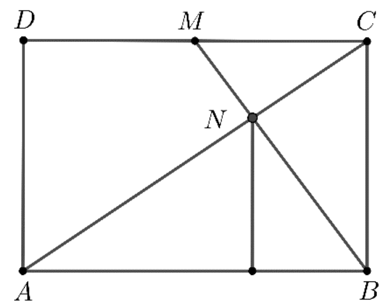
(2p) a) Arată că $f(-1)\cdot f(2019)=2021$.



(3p) b) Determină aria triunghiului delimitat de reprezentarea grafică a funcției f și de axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy.

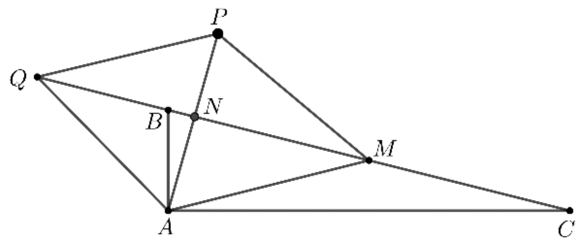
5p **4.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC cu $AB = 12$ cm, $BC = 9$ cm și $AC = 15$ cm. Punctul D este simetricul punctului B față de mijlocul segmentului AC, punctul M este mijlocul segmentului CD și N este punctul de intersecție a dreptelor BM și AC.

(2p) a) Demonstrează că $BN = 2 \cdot MN$.



(3p) b) Determină distanța de la punctul N la dreapta AB.

5p **5**. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu măsura unghiului ACB de $15°$ și $BC = 20$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului BC și punctul N aparține dreptei BC astfel încât dreapta AN este perpendiculară pe dreapta BC.

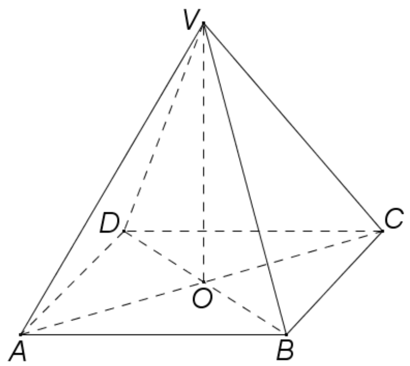


(2p) a) Arată că $MN = 5\sqrt{3}$ cm.

(3p) b) Știind că punctul P este simetricul punctului A față de dreapta BC și că punctul Q este simetricul punctului M față de punctul N, calculează aria patrulaterului $AMPQ$.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$, cu baza pătratul $ABCD$, cu $AB = 8$ cm. Înălțimea VO a piramidei are lungimea egală cu $4\sqrt{3}$ cm, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

(2p) a) Arată că volumul piramidei $VABCD$ este egal cu $\frac{256\sqrt{3}}{3}$ cm^3.



(3p) b) Demonstrează că măsura unghiului planelor (VAD) și (VBC) este egală cu $60°$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2021 - 2022
Matematică

Model

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**c)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**c)**	**5p**
2.	**d)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**d)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**c)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $61=21\cdot 2+19$	**1p**
	Cum $19\neq 5$, deducem că nu este posibil ca Radu să aibă în pungă 61 de bomboane	**1p**
	b) $n=7\cdot c_1+5$, $n=14\cdot c_2+5$, $n=21\cdot c_3+5$, unde n este numărul bomboanelor din pungă și c_1, c_2 și c_3 sunt numere naturale	**1p**
	Cel mai mic multiplu comun al numerelor 7, 14 și 21 este 42, deci $n-5$ este multiplu de 42	**1p**
	$n=131$	**1p**
2.	**a)** $x^2+2x+1=(x+1)^2$	**1p**
	$E(x)=(x+1)^2-(x+1)^2+(x+1)^2=(x+1)^2$, pentru orice număr real x	**1p**
	b) $E(x)-x=(x+1)^2-x=x^2+x+1=$	**1p**
	$=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$	**1p**
	$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2\geq 0$, deci $E(x)-x>0$, pentru orice număr real x	**1p**

3.	**a)** $f(-1)=1$	**1p**
	$f(2019)=2021 \Rightarrow f(-1)\cdot f(2019)=2021$	**1p**
	b) $A(-2,0)$ este punctul de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axa Ox	**1p**
	$B(0,2)$ este punctul de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axa Oy	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta AOB}=\dfrac{OA\cdot OB}{2}=2$	**1p**
4.	**a)** $ABCD$ paralelogram $\Rightarrow AB \parallel CD$	**1p**
	$\Delta ABN \sim \Delta CMN$, $\dfrac{BN}{MN}=\dfrac{AB}{CM}$, deci $BN=2\cdot MN$	**1p**
	b) Cum $12^2+9^2=15^2$, obținem că triunghiul ABC este dreptunghic în B	**1p**
	$\dfrac{AN}{CN}=\dfrac{AB}{CM}=2 \Rightarrow \dfrac{AN}{AC}=\dfrac{2}{3}$	**1p**
	$NT \perp AB$, unde $T \in AB \Rightarrow NT \parallel BC$, deci $\Delta ATN \sim \Delta ABC$, de unde obținem $\dfrac{NT}{BC}=\dfrac{2}{3}$, deci distanța de la N la AB este $NT=6\text{cm}$	**1p**
5.	**a)** $AM=MC \Rightarrow \sphericalangle AMN=2\cdot\sphericalangle ACM=30^\circ$	**1p**
	$\cos(\sphericalangle AMN)=\dfrac{MN}{AM} \Rightarrow MN=\dfrac{BC}{2}\cdot\cos 30^\circ=5\sqrt{3}\text{cm}$	**1p**
	b) $AMPQ$ este paralelogram și $AP \perp MQ$, deci $AMPQ$ este romb	**1p**
	$AN=\dfrac{AM}{2}=\dfrac{BC}{4}=5\text{cm}$	**1p**
	$\mathcal{A}_{AMPQ}=\dfrac{AP\cdot MQ}{2}=\dfrac{2AN\cdot 2MN}{2}=50\sqrt{3}\text{cm}^2$	**1p**
6.	**a)** $V=\dfrac{1}{3}\mathcal{A}_{ABCD}\cdot VO=\dfrac{1}{3}\cdot AB^2\cdot VO=$	**1p**
	$=\dfrac{256\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$	**1p**
	b) Construim, prin V, dreapta d, $d \parallel AD \parallel BC$, de unde $(VAD)\cap(VBC)=d$	**1p**
	$VS \perp AD$, unde $S \in AD$, $VR \perp BC$, unde $R \in BC$, deci $VS \perp d$ și $VR \perp d$, de unde $\sphericalangle((VAD),(VBC))=\sphericalangle(VS,VR)$	**1p**
	$VR=VS=RS=8\text{cm}$, deci triunghiul VRS este echilateral, de unde $\sphericalangle SVR=60^\circ$, deci $\sphericalangle((VAD),(VBC))=60^\circ$	**1p**

Prezenta lucrare conține ______ pagini

Numele:……………………………………………...
……………………………………………………………
Inițiala prenumelui tatălui: ……………............
Prenumele:…………………………….............
……………………………………...………………
Școala de proveniență: ………........................
……………………………………………………………
Centrul de examen: ....
Localitatea: ……………………………….........
Județul: ……………………………………........

Nume şi prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2021 – 2022

Matematică

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Cel mai mic multiplu comun al numerelor 2 și 5 este egal cu: **a)** 2 **b)** 7 **c)** 10 **d)** 20
5p	**2.** Valoarea numărului x din proporția $\frac{x}{15}=\frac{4}{5}$ este egală cu: **a)** 4 **b)** 12 **c)** 15 **d)** 60
5p	**3.** Duminică, temperatura măsurată la ora 10 , la o stație meteo de pe vârful Omu, a fost de $-17°\mathrm{C}$, în timp ce temperatura măsurată la aceeași oră în Baia Mare a fost de $4°\mathrm{C}$. Temperatura înregistrată duminică la ora 10 în Baia Mare este mai mare decât temperatura înregistrată în același timp pe vârful Omu cu: **a)** $-21°\mathrm{C}$ **b)** $-13°\mathrm{C}$ **c)** $13°\mathrm{C}$ **d)** $21°\mathrm{C}$

5p **4.** Dintre următoarele seturi de numere, cel scris în ordine descrescătoare este:

a) $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{13}{24}, \frac{2}{3}$

b) $\frac{13}{24}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{13}{24}, \frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{13}{24}$

5p **5.** Patru elevi, Ana, Cristian, George și Lia, au calculat produsul numerelor $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}$ și $\sqrt{20}$. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Ana	Cristian	George	Lia
80	40	$16\sqrt{10}$	$4\sqrt{10}$

Dintre cei patru elevi, cel care a obținut rezultatul corect a fost:

a) Ana

b) Cristian

c) George

d) Lia

5p **6.** În tabelul de mai jos este reprezentat numărul de bilete vândute pentru două filme care au rulat la un cinematograf într-o zi de duminică, în funcție de ora începerii.

Ora începerii filmului	$11:30$	$13:30$	$15:30$	$17:30$	$19:30$	$21:30$
Numărul biletelor vândute pentru filmul A	25	95	83	60	40	92
Numărul biletelor vândute pentru filmul B	16	47	91	42	30	86

Ana afirma că: „Cel mai mare număr de bilete vândute este pentru filmele cu ora de început $21:30$”. Afirmația Anei este:

a) adevărată

b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

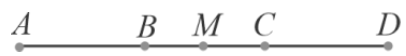
5p **1.** În figura următoare sunt reprezentate punctele coliniare A, B, M, C și D, în această ordine. Punctul M este mijlocul segmentului AD, punctul B este mijlocul segmentului AC, iar segmentele AB și CD sunt congruente. Dacă $BM = 2{,}5$ cm, atunci segmentul AC are lungimea egală cu:

a) 2,5 cm

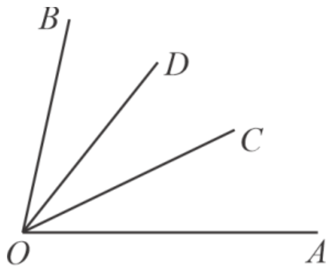
b) 5 cm

c) 7,5 cm

d) 10 cm



5p **2.** În figura următoare, punctele C și D sunt situate în interiorul unghiului AOB, astfel încât semidreapta OC este bisectoarea unghiului AOD, iar fiecare dintre unghiurile AOC și BOD are măsura de $26°$. Măsura unghiului BOC este egală cu:



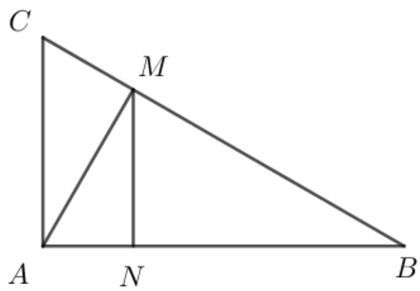
a) $26°$

b) $39°$

c) $52°$

d) $78°$

5p **3.** La cercul de robotică, Radu a creat un roboțel care se poate deplasa parcurgând drumul cel mai scurt de la un punct la o dreaptă. Terenul de verificare, reprezentat în figura următoare, are forma unui triunghi ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 40\,\text{dm}$ și $\sphericalangle B = 30°$. Roboțelul pornește din punctul A către dreapta BC, pe care o întâlnește în punctul M, după care se deplasează spre dreapta AB, pe care o intersectează în punctul N. Lungimea segmentului AN este egală cu:



a) 20 dm

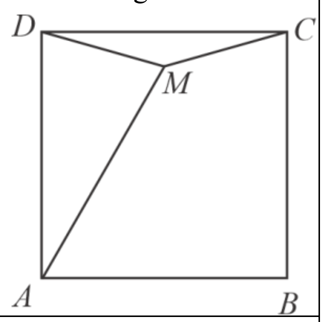
b) 15 dm

c) 10 dm

d) 5 dm

5p **4.** În figura următoare, M este un punct în interiorul pătratului $ABCD$, astfel încât măsura unghiului DAM este egală cu $30°$ și $AM = CD$.

Măsura unghiului ADM este egală cu:



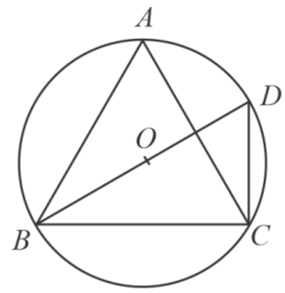
a) $45°$

b) $60°$

c) $75°$

d) $90°$

5p **5.** Punctele A, B, C și D sunt situate pe un cerc de centru O, astfel încât triunghiul ABC este echilateral și BD este diametru. Măsura unghiului ACD este egală cu:



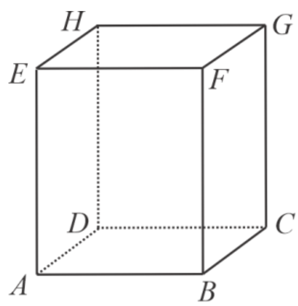
a) $30°$

b) $45°$

c) $60°$

d) $90°$

5p **6.** O cutie plină cu suc de caise are forma unui paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$ cu $AE = 20\,\text{cm}$, $AB = 12\,\text{cm}$ și $AD = 5\,\text{cm}$. Tot sucul din cutie se toarnă în pahare de $200\,\text{ml}$. Numărul paharelor umplute cu sucul de caise din cutie, este egal cu:



a) 5

b) 6

c) 12

d) 20

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** La un magazin s-au vândut într-o zi 500 kg de cireșe și de mere. Suma obținută prin vânzarea acestora este de 4620 de lei. Un kilogram de cireșe costă 15 lei, iar un kilogram de mere costă 7 lei.

(2p) a) Este posibil ca suma obținută din vânzarea cireșelor să fie egală cu suma obținută din vânzarea merelor? Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Câte kilograme de mere s-au vândut în ziua aceea la magazin?

5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=(4x+3)^2+(2x-4)(4x+3)+(x-2)^2$, unde $x\in\mathbb{R}$.

(2p) a) Verifică dacă $E(-3)$ este pătratul unui număr natural.

3p) b) Determină numărul natural n pentru care $\sqrt{E(n)} \le 3$.

5p

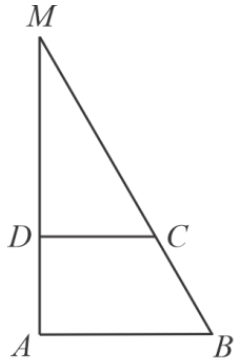
3. Se consideră numerele reale $x = \sqrt{144} + 2\sqrt{18} - \left(\sqrt{3}\right)^2$ și $y = \left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right)^2 - \sqrt{72} + \left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right)^2 - 7$.

(2p) a) Arată că $x = 9 + 6\sqrt{2}$.

(3p) b) Arată că produsul numerelor x și y este număr natural.

5p **4.** În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 12$ cm, $BC = CD = 8$ cm, iar unghiul A are măsura egală cu $90°$.

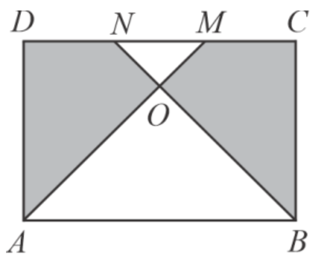
(2p) a) Arată că $AD = 4\sqrt{3}$ cm.



(3p) b) Calculează aria triunghiului ABM, unde $AD \cap BC = \{M\}$.

5p **5.** În figura următoare este reprezentată o placă de gresie de forma unui dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 60$ cm și $BC = 40$ cm. Punctele M și N sunt situate pe segmentul DC astfel încât $DN = MN = MC$, iar O este punctul de intersecție a dreptelor AM și BN.

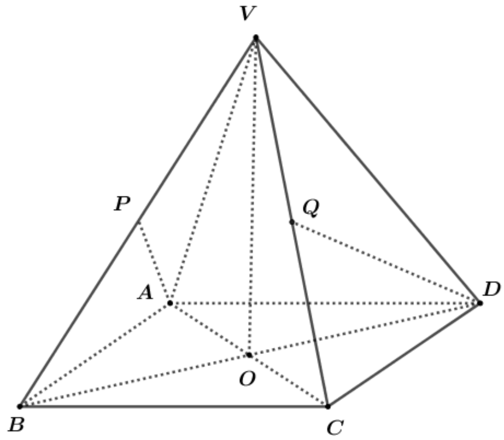
(2p) a) Arată că perimetrul patrulaterului $ABMN$ este egal cu $40\left(2+\sqrt{5}\right)$ cm.



(3p) b) Determină raportul dintre aria dreptunghiului $ABCD$ și suma ariilor patrulaterelor $ADNO$ și $BCMO$.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentată o piramidă $VABCD$ cu $ABCD$ pătrat, $AB = 8$ cm și înălțimea $VO = 4\sqrt{2}$ cm, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD. Punctele P și Q sunt mijloacele segmentelor VB, respectiv CV.

(2p) a) Arată că $VB = 8$ cm.



(3p) b) Demonstrează că dreptele VM și BC sunt perpendiculare, unde $\{M\} = AP \cap DQ$.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2021-2022

Probă scrisă
Matematică
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Testul 1

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**c)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**d)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Dacă suma obținută din vânzarea cireșelor ar fi egală cu suma obținută din vânzarea merelor, fiecare dintre aceste sume ar fi de $4620:2=2310$ lei. Cantitatea de cireșe vândute ar fi de $2310:15=154$ kg, iar cea de mere ar fi de $2310:7=330$ kg	**1p**
	Cum $154+330=484\neq 500$, deducem că suma obținută din vânzarea cireșelor nu poate fi egală cu suma obținută din vânzarea merelor	**1p**
	b) Notăm cu x numărul kilogramelor de mere vândute, deci numărul kilogramelor de cireșe vândute este $500-x$	**1p**
	$15(500-x)+7x=4620$	**1p**
	$x=360$	**1p**
2.	**a)** $E(-3)=(-9)^2+(-10)\cdot(-9)+(-5)^2$	**1p**
	$=196=14^2$, deci este pătratul unui număr natural	**1p**

	b) $E(x)=25x^2+10x+1$	**1p**
	$\sqrt{E(n)}=5n+1$	**1p**
	$5n+1\le 3 \Leftrightarrow n\le\frac{2}{5}$ și, cum n este număr natural, rezultă $n=0$	**1p**
3.	**a)** $x=12+6\sqrt{2}-3$	**1p**
	$=9+6\sqrt{2}$	**1p**
	b) $y=8-2\sqrt{15}-6\sqrt{2}+8+2\sqrt{15}-7=9-6\sqrt{2}$	**1p**
	$xy=\left(9+6\sqrt{2}\right)\left(9-6\sqrt{2}\right)=9^2-\left(6\sqrt{2}\right)^2=$	**1p**
	$=81-72=9$, care este număr natural	**1p**
4.	**a)** Construim $CE\perp AB$, unde $E\in AB$ și cum $\sphericalangle A=\sphericalangle D=\sphericalangle E=90°$, rezultă că $AECD$ este dreptunghi, deci $AE=CD=8\text{cm}$, de unde $EB=4\text{cm}$	**1p**
	Triunghiul CEB este dreptunghic în E, deci $CE=4\sqrt{3}\text{cm}$ și cum $AD=CE$, obținem că $AD=4\sqrt{3}\text{cm}$	**1p**
	b) $CD\parallel AB$, deci $\Delta MDC\sim\Delta MAB$, de unde rezultă că $\frac{MD}{MA}=\frac{DC}{AB}$	**1p**
	$MA=12\sqrt{3}\text{cm}$	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABM}=\frac{MA\cdot AB}{2}=72\sqrt{3}\text{ cm}^2$	**1p**
5.	**a)** $DN=NM=MC=20\text{ cm}$	**1p**
	$AN=20\sqrt{5}\text{cm}$, $BM=20\sqrt{5}\text{cm}$, deci $\mathcal{P}_{ABMN}=40\left(2+\sqrt{5}\right)\text{cm}$	**1p**
	b) $\Delta OMN\sim\Delta OAB\Rightarrow\frac{d(O,MN)}{d(O,AB)}=\frac{MN}{AB}=\frac{1}{3}$	**1p**
	$d(O,MN)+d(O,AB)=40\text{ cm}$, de unde $d(O,MN)=10\text{ cm}$, $d(O,AB)=30\text{ cm}$, deci $\mathcal{A}_{\Delta OMN}=\frac{1}{2}\cdot MN\cdot d(O,MN)=100\text{ cm}^2$ și $\mathcal{A}_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot d(O,AB)=900\text{ cm}^2$	**1p**
	$\mathcal{A}_{ABCD}=AB\cdot BC=2400\text{cm}^2$, deci raportul căutat este $\frac{\mathcal{A}_{ABCD}}{\mathcal{A}_{ABCD}-\left(\mathcal{A}_{\Delta OMN}+\mathcal{A}_{\Delta OAB}\right)}=\frac{12}{7}$	**1p**
6.	**a)** $ABCD$ pătrat, $OB=\frac{BD}{2}=4\sqrt{2}\text{ cm}$	**1p**
	În triunghiul dreptunghic VOB, $VB^2=VO^2+OB^2$, de unde $VB=8\text{cm}$	**1p**
	b) PQ este linie mijlocie în triunghiul $VBC\Rightarrow PQ\parallel BC$ și $PQ=\frac{BC}{2}$, deci $PQ\parallel AD$ și	**1p**
	$PQ=\frac{AD}{2}$, de unde rezultă PQ este linie mijlocie în triunghiul (MAD)	**1p**
	Q este mijlocul segmentelor MD și CV, $VMCD$ este paralelogram, de unde obținem $VM\parallel CD$, deci $\sphericalangle(VM,BC)=\sphericalangle(CD,BC)=90°\Rightarrow VM\perp BC$	**1p**

Prezenta lucrare conține ______ pagini

Numele:……………………………………………..
……………………………………………………………
Inițiala prenumelui tatălui:
………………………
Prenumele:……………………………………………
……………………………………………………………
Școala de proveniență:
……………………………
……………………………………………………………
Centrul de examen: …………………………………
Localitatea: ……………………………………………
Județul: ………………………………………………

Nume şi prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2021 – 2022

Matematică

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Câtul împărțirii cu rest a numărului natural 35 la numărul natural 15 este egal cu: **a)** 1 **b)** 2 **c)** 3 **d)** 5
5p	**2.** Numărul care reprezintă $\frac{1}{4}$ din 60 este egal cu: **a)** 15 **b)** 60 **c)** 120 **d)** 240
5p	**3.** Suma numerelor întregi negative din intervalul $(-4;\ 5]$ este egală cu: **a)** 9 **b)** 5 **c)** -6 **d)** -10
5p	**4.** Dintre următoarele seturi de numere, cel scris în ordine crescătoare este: **a)** $8,(5);\ 8,55;\ \frac{17}{2};\ \frac{161}{20}$ **b)** $8,55;\ 8,(5);\ \frac{17}{2};\ \frac{161}{20}$ **c)** $\frac{161}{20};\ 8,(5);\ 8,55;\ \frac{17}{2}$ **d)** $\frac{161}{20};\ \frac{17}{2};\ 8,55;\ 8,(5)$

5p **5.** Patru elevi, Aurel, Călin, Dragoș și Victor, calculează produsul numerelor reale $a = 2\sqrt{7} - 5$ și $b = 2\sqrt{7} + 5$ și obțin rezultatele înregistrate în tabelul următor:

Dragoș	$\sqrt{3}$
Călin	3
Aurel	$2\sqrt{7}$
Victor	9

Conform informațiilor din tabel, dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect produsul numerelor este:

a) Dragoș
b) Călin
c) Aurel
d) Victor

5p **6.** Un pieton se deplasează cu viteza de 6 km pe oră. Afirmația: ,,Pietonul, păstrând constantă viteza de deplasare, a parcurs 10 km în 60 de minute.”, este:

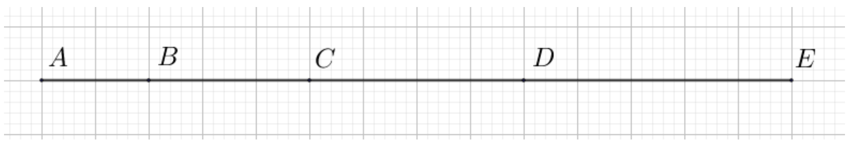
a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

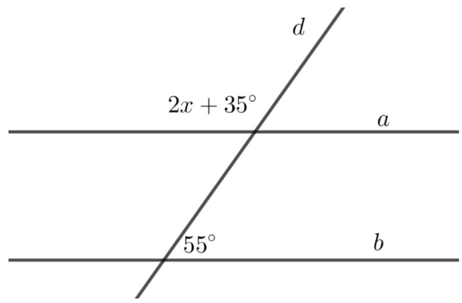
5p **1.** În figura alăturată, punctele A, B, C, D și E sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $AB = 2$ cm, $BD = 7$ cm, $CD = 4$ cm și $CE = 9$ cm. Lungimea segmentului AE este egală cu:

a) 5 cm
b) 9 cm
c) 12 cm
d) 14 cm



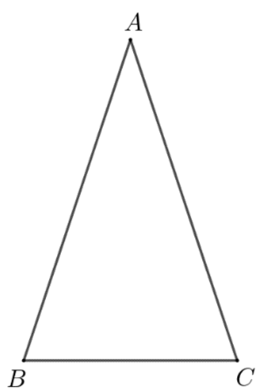
5p **2.** În figura alăturată, dreptele paralele a și b sunt intersectate de secanta d, fiind evidențiate măsurile a două unghiuri de $55°$ și respectiv $2x + 35°$. Valoarea lui x este de:

a) $10°$
b) $20°$
c) $45°$
d) $50°$

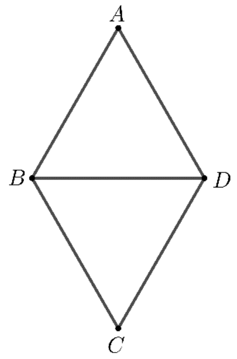


5p **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC de bază BC. Unghiul B are măsura de $75°$ și $AB = 4$ cm. Aria triunghiului ABC este egală cu:

a) 4 cm^2
b) $4\sqrt{3}\text{ cm}^2$
c) 8 cm^2
d) 16 cm^2

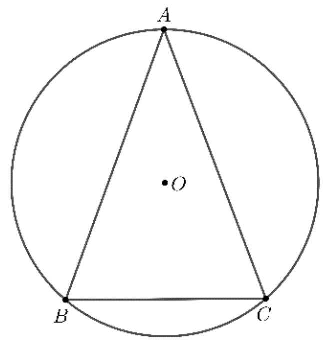


5p **4.** În figura alăturată este reprezentat rombul $ABCD$ cu măsura unghiului ABC de $120°$ și lungimea segmentului BD egală cu 4 cm. Perimetrul triunghiului ABD este egal cu:



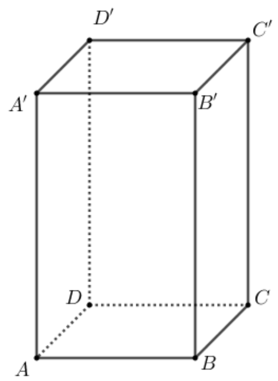
a) 16 cm
b) $8\sqrt{3}$ cm
c) 12 cm
d) $4\sqrt{3}$ cm

5p **5.** În figura alăturată, punctele A, B și C sunt vârfurile unui triunghi isoscel de bază BC, înscris în cercul de centru O, iar măsura unghiului AOC este egală cu $140°$. Măsura unghiului BAC este egală cu:



a) $40°$
b) $70°$
c) $80°$
d) $140°$

5p **6.** Diagonala paralelipipedului dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$, cu $AB = 4$ dm, $BC = 3$ dm și înălțimea $AA' = 5$ dm, este egală cu:



a) 5 dm
b) $\sqrt{34}$ dm
c) $\sqrt{41}$ dm
d) $5\sqrt{2}$ dm

SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Ionel împarte pe rând numărul natural n la 3, 9 respectiv 15 și obține de fiecare dată restul 2.

(2p) a) Este posibil ca numărul natural n să fie egal cu 38? Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Determină cel mai mare număr natural n de două cifre, care îndeplinește condițiile din enunț.

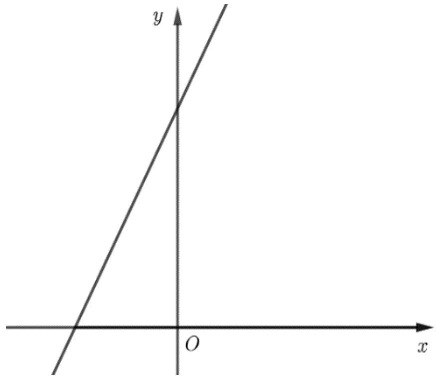
5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+1)^2+(2x-1)^2-4(2x^2+3x)$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x)=2-12x,$ pentru orice număr real x.

(3p) b) Determină numerele naturale a pentru care $-10a+2-E(a)\leq 2\sqrt{3}$.

5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+4$.

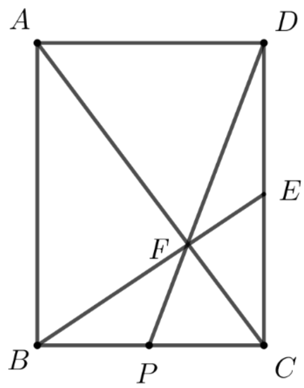
(2p) a) Arată că $f\left(-\frac{1}{2}\right)-f\left(\frac{1}{2}\right)=-2.$



(3p) b) Calculează distanța de la originea $O(0,0)$ a sistemului de axe ortogonale xOy la reprezentarea grafică a funcției f.

5p **4.** În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB=4$ cm și $BC=3$ cm . Punctul E este mijlocul segmentului CD și F este punctul de intersecție a dreptelor BE și AC .

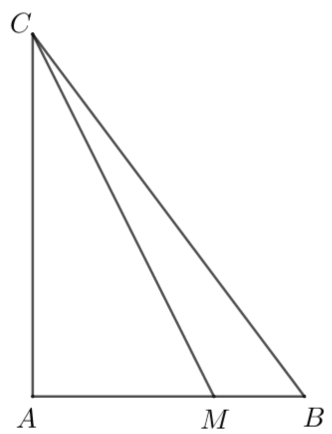
(2p) a) Arată că $BE=\sqrt{13}$ cm .



(3p) b) Determină lungimea segmentului FP, unde P este punctul de intersecție a dreptelor DF și BC.

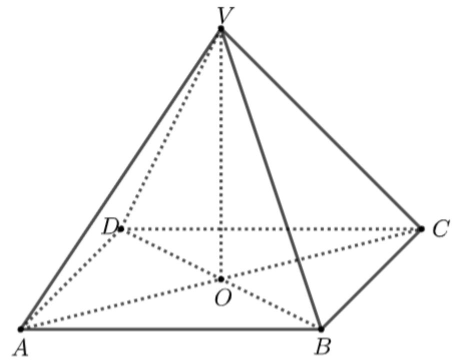
5p **5.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în A, în care $AC = 8$ cm și $BC = 10$ cm. Punctul M se află pe latura AB astfel încât $MB = 2$ cm.

(2p) a) Arată că $AM = 4$ cm.



(3p) b) Arată că suma distanțelor de la punctele A și B la dreapta CM este mai mare decât $\frac{16}{3}$ cm.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu baza pătratul $ABCD$, $AB = 6$ cm. Înălțimea VO a piramidei are lungimea egală cu 4 cm, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.



(2p) a) Arată că aria laterală a piramidei $VABCD$ este egală cu 60 cm^2.

(3p) b) Calculează distanța de la punctul Q la planul (VAD), unde Q este mijlocul segmentului OC.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2021 - 2022
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 2

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**b)**	**5p**
2.	**a)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**d)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**a)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**d)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $38 = 15 \cdot 2 + 8$	**1p**
	Cum $8 \neq 2$, deducem că nu este posibil ca numărul natural n să fie egal cu 38	**1p**
	b) $n = 3 \cdot c_1 + 2 = 9 \cdot c_2 + 2 = 15 \cdot c_3 + 2$ unde c_1, c_2 și c_3 sunt numere naturale	**1p**
	Cel mai mic multiplu comun al numerelor 3, 9 și 15 este 45, deci $n-2$ este multiplu de 45	**1p**
	$n = 92$	**1p**
2.	**a)** $E(x) = 4x^2 + 4x + 1 + 4x^2 - 4x + 1 - 8x^2 - 12x =$	**1p**
	$= 2 - 12x$, pentru orice număr real x	**1p**
	b) $E(a) = 2 - 12a \Rightarrow -10a + 2 - E(a) = 2a$	**1p**
	$2a \leq 2\sqrt{3} \Rightarrow a \leq \sqrt{3}$	**1p**
	Cum a este număr natural, obținem că $a = 0$ sau $a = 1$	**1p**
3.	**a)** $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 3$	**1p**
	$f\left(\frac{1}{2}\right) = 5 \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) - f\left(\frac{1}{2}\right) = -2$	**1p**
	b) Punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele Ox și Oy sunt $A(-2,0)$ și $B(0,4)$	**1p**
	$AB = 2\sqrt{5}$	**1p**

	$d\left(O,\ AB\right)=\dfrac{4\cdot 2}{2\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$	**1p**
4.	**a)** Punctul E este mijlocul segmentului $CD\Rightarrow CE=2$ cm Triunghiul BCE este dreptunghic în C, $BE=\sqrt{BC^2+CE^2}=\sqrt{13}$ cm	**1p** **1p**
	b) $\Delta ABF\sim\Delta CEF$, $\dfrac{BF}{EF}=\dfrac{AB}{CE}=2\ \Rightarrow F$ este centrul de greutate al triunghiului BCD Triunghiul PCD este dreptunghic în D, $DP=\sqrt{DC^2+CP^2}=\dfrac{\sqrt{73}}{2}$ cm $FP=\dfrac{1}{3}\cdot DP=\dfrac{\sqrt{73}}{6}$ cm	**1p** **1p** **1p**
5.	**a)** Triunghiul ABC este dreptunghic în A, $AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=6$ cm $AM=AB-MB=4$ cm	**1p** **1p**
	b) Triunghiul AMC este dreptunghic în A, $CM=\sqrt{AC^2+AM^2}=4\sqrt{5}$ cm $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\mathcal{A}_{\Delta AMC}+\mathcal{A}_{\Delta MBC}=\dfrac{CM}{2}\cdot\left(d\left(A,\ CM\right)+d\left(B,\ CM\right)\right)=24\text{ cm}^2$ $d\left(A,\ CM\right)+d\left(B,\ CM\right)=\dfrac{48}{CM}>\dfrac{48}{9}=\dfrac{16}{3}$ cm, deoarece $CM=4\sqrt{5}=\sqrt{80}<\sqrt{81}=9$	**1p** **1p** **1p**
6.	**a)** $OM=\dfrac{AB}{2}=3$ cm, triunghiul VOM este dreptnghic în $O\Rightarrow VM=\sqrt{OM^2+VO^2}=5$ cm unde M este mijlocul segmentului AD $\mathcal{A}_l=\dfrac{24\cdot 5}{2}\text{cm}^2=60\text{cm}^2$	**1p** **1p**
	b) $OS\perp VM$, $S\in VM$, $VM\perp AD$, $OM\perp AD$, $VM\cap OM=\{M\}$, deci $AD\perp\left(VOM\right)$ și, cum $OS\subset\left(VOM\right)\Rightarrow OS\perp AD$ și, cum VM, $AD\subset\left(VAD\right)$, rezultă $OS\perp(VAD)$ $QT\perp(VAD)$, $T\in(VAD)$, de unde obținem că punctele A,S și T sunt coliniare și $OS\parallel QT$ $\Delta AOS\sim\Delta AQT\Rightarrow\dfrac{OS}{QT}=\dfrac{AO}{AQ}=\dfrac{2}{3}$, $OS=\dfrac{VO\cdot OM}{VM}=\dfrac{12}{5}$cm, deci $QT=\dfrac{18}{5}$cm=$d(Q,(VAD))$	**1p** **1p** **1p**

Prezenta lucrare conține ______ pagini

Numele:...
....
Inițiala prenumelui tatălui: ....
Prenumele:...
....
Școala de proveniență: ....
....
Centrul de examen: ....
Localitatea: ....
Județul: ....

Nume şi prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2021 – 2022

Matematică

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Rezultatul calculului $5\cdot(3+2\cdot 4)$ este egal cu: **a)** 23 **b)** 40 **c)** 55 **d)** 100
5p	**2.** Numărul care reprezintă 10% din 300 este egal cu: **a)** 3 **b)** 9 **c)** 27 **d)** 30
5p	**3.** Cel mai mic multiplu comun al numerelor 20 și 24 este egal cu: **a)** 4 **b)** 60 **c)** 120 **d)** 480
5p	**4.** Cel mai mare număr din mulțimea $A=\left\{\frac{33}{10},\frac{5}{2},\frac{3}{5},3\right\}$ este: **a)** $\frac{33}{10}$ **b)** 3 **c)** $\frac{5}{2}$ **d)** $\frac{3}{5}$

5p **5.** Media aritmetică a numerelor $4\sqrt{3}$, $5\sqrt{3}$ și $-3\sqrt{3}$ este egală cu:

a) $2\sqrt{3}$
b) $3\sqrt{3}$
c) $4\sqrt{3}$
d) $6\sqrt{6}$

5p **6.** Suma dintre vârsta Anei și vârsta lui Matei este de 15 ani. Afirmația „Peste 3 ani suma vârstelor Anei și a lui Matei va fi egală cu 18 ani.” este:

a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

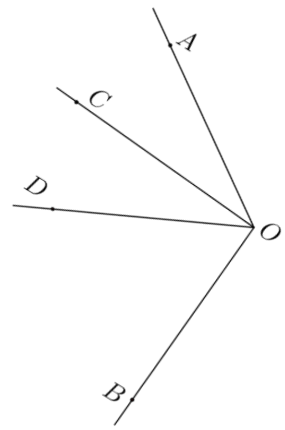
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** În figura alăturată, A, B, C și D sunt puncte coliniare, în această ordine, astfel încât $AB = BC = CD$. Valoarea raportului $\frac{BD}{AC}$ este egală cu:

a) $0,25$
b) $0,5$
c) $0,75$
d) 1

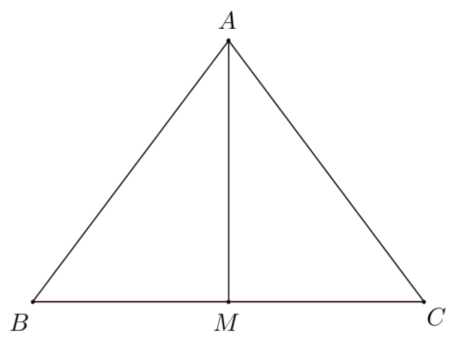
5p **2.** În figura alăturată este reprezentat unghiul AOB cu măsura de $120°$. Semidreapta OD este bisectoarea unghiului AOB. Semidrepta OC este situată în interiorul unghiului AOD, astfel încât măsura unghiului AOD este de două ori mai mare decât măsura unghiului AOC. Măsura unghiului COB este egală cu:

a) $30°$
b) $60°$
c) $90°$
d) $120°$

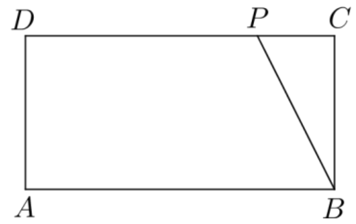


5p **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB = AC$ și $BC = 6\text{cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului BC și $AM = 4\text{ cm}$. Perimetrul triunghiului ABC este egal cu:

a) 10 cm
b) 12 cm
c) 16 cm
d) 18 cm



5p **4.** În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu aria de $24\,\text{cm}^2$. Punctul P aparține laturii CD, astfel încât $DP = 3PC$. Aria triunghiului PBC este egală cu:

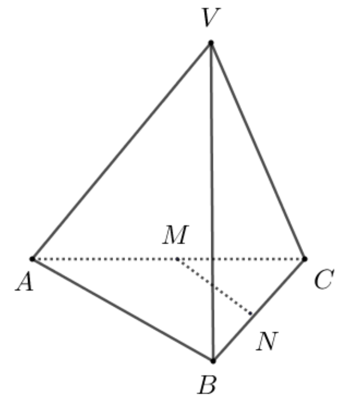


a) $12\,\text{cm}^2$
b) $8\,\text{cm}^2$
c) $6\,\text{cm}^2$
d) $3\,\text{cm}^2$

5p **5.** Lungimea unui cerc este egală cu 24π cm. Diametrul cercului este egal cu:

a) 24 cm
b) 18 cm
c) 12 cm
d) 6 cm

5p **6.** În figura alăturată este reprezentat tetraedrul regulat $VABC$. Punctele M și N sunt mijloacele muchiilor AC, respectiv BC. Măsura unghiului dreptelor MN și VA este egală cu:



a) $30°$
b) $45°$
c) $60°$
d) $90°$

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Pentru a viziona un spectacol de teatru împreună cu familia, Ana cumpără trei bilete pentru adulți și șase bilete pentru copii, plătind în total suma de 420 de lei. Prețul unui bilet pentru copii reprezintă 50% din prețul unui bilet pentru adulți.

(2p) a) Este posibil ca prețul unui bilet pentru copii să fie 25 de lei? Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Determină prețul biletului pentru un adult.

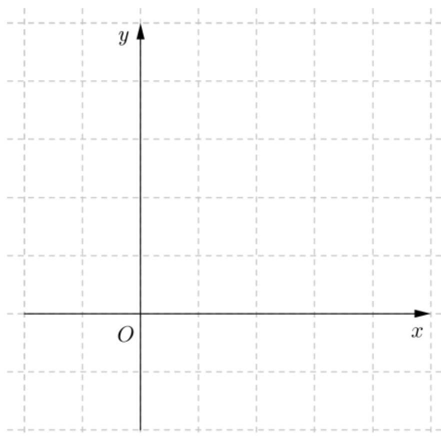
5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=(x+2)^2-(x-2)^2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x)=8x$, pentru orice număr real x.

(3p) b) Demonstrează că numărul natural $A = E\left(n^2\right) + E(n)$ este multiplu al lui 16, pentru orice număr natural n.

5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - 4$.

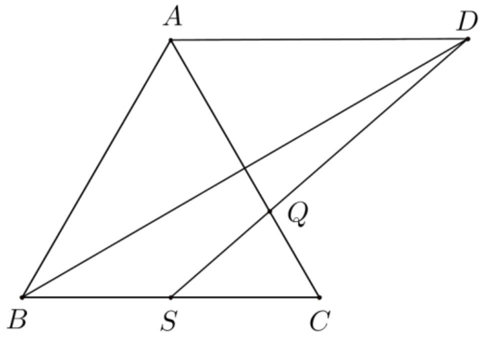
(2p) a) Reprezintă grafic funcția f în sistemul de axe ortogonale xOy din figura alăturată.



(3p) b) Determină mulțimea soluțiilor inecuației $1 - f(a) \le f(4)$, unde a este număr real.

5p **4.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC cu $AB = 12\,\text{cm}$. Punctul S este mijlocul segmentului BC, punctul D este simetricul punctului B față de AC, iar Q este punctul de intersecție a dreptelor DS și AC.

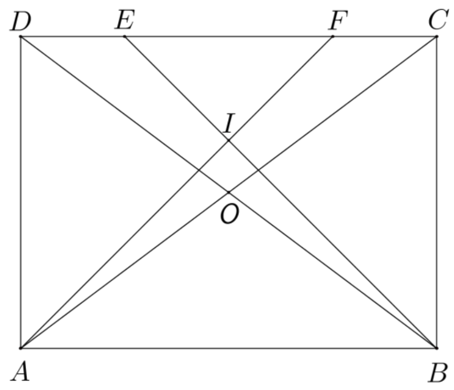
(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $36\,\text{cm}$.



(3p) b) Determină lungimea segmentului DQ.

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 20\text{ cm}$ și $AD = 15\text{cm}$. Dreptele AC și BD se intersectează în punctul O, iar punctele E și F se află pe latura CD, astfel încât $DE = FC = 5\text{cm}$.

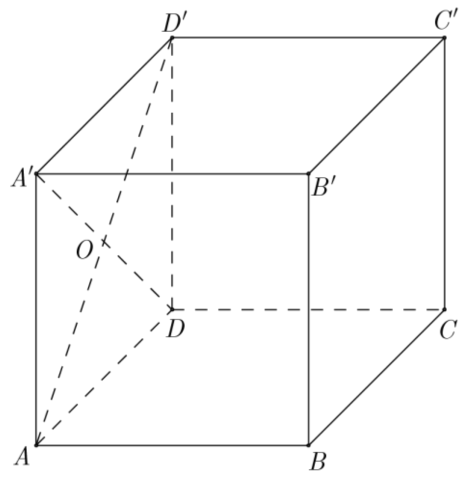
(2p) a) Arată că sinusul unghiului ABD este egal cu $\frac{3}{5}$.



3p) b) Calculează lungimea segmentului OI, unde I este punctul de intersecție a dreptelor BE și AF.

5p **6.** Se consideră cubul $ABCDA'B'C'D'$ cu lungimea diagonalei AC' de $6\sqrt{3}\,\text{cm}$.

(2p) a) Arată că aria laterală a cubului $ABCDA'B'C'D'$ este egală cu $144\,\text{cm}^2$.



(3p) b) Determină măsura unghiului dreptelor $B'C$ și OB, unde $\{O\} = AD' \cap A'D$.